Билет 3.

1. Разностная схема для решения эллиптического уравнения в двумерной области.

Рассмотрим решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\rho(x,y)$ конечно-разностным методом. Мы представляем функцию u(x,y) значениями в узлах прямоугольной сетки $x_j = x_0 + j\Delta$ *j=0,1,...,J* $y_l = y_0 + l\Delta$ *l=0,1,...,L* (1.4) где Δ- шаг сетки (одинаковый и по x и по y). Вторые производные можно заменить следующими выражениями

$$\frac{u_{j+1,l}-2u_{j,l}+u_{j-1,l}}{\Delta^2}+\frac{u_{j,l+1}-2u_{j,l}+u_{j,l-1}}{\Delta^2}=\rho_{j,l}$$ (1.5) или

$$u_{j+1,l}+u_{j-1,l}+u_{j,l+1}+u_{j,l-1}-4u_{j,l}=\Delta^2\rho_{j,l}$$

(1.6) Чтобы записать систему линейных уравнений в матричной форме перенумеруем точки двумерной сетки одномерной последовательностью I =j*(L+1)+l для j=0,1,...,J, l=0,1,...,L (1.7) Уравнение (6) принимает вид $u_{i+L+1}+u_{i-(L+1)}+u_{i+1}+u_{i-1}-4u_i=\Delta^2\rho_i$ (1.8) оно справедливо для внутренних точек области j=1,2,...,J-1; l=1,2,...L-1 Граничные точки области, в которых заданы функции или производные, приведены ниже

j=0 [i.e., i =0 ,...,L]
j=J [i.e., i =J (L +1),...,J (L +1)+L] (1.9)
l=0 [i.e., i =0 ,L +1 ,...,J (L +1)]
l=L [i.e., i =L,L +1+L,...,J (L +1)+L]

всю эту информацию (о значениях на границе) перенесем в правую часть уравнения (8) и уравнение примет вид: **A*u=b** (1.10) Общее эллиптическое уравнение второго порядка при построении разностной схемы приводит к матрице аналогичной описанной выше.

Существуют три различных подхода к решению уравнения (1.10): Методы релаксации, «быстрые методы» (методы Фурье) и прямые матричные методы. Методы релаксации явно используют структуру разреженной матрицы **A.** Матрица делится на две части **A=E-F** (1.11) Где E легко инвертируется, а F – то что осталось, тогда: **E*u=F*u+b** (1.12) При использовании метода релаксации сначала выбирается начальное приближение, а затем итеративно вычисляется следующее $E \cdot u^{(r)} = F \cdot u^{(r-1)} + b$ (1.13)

E легко инвертируемо, так что итерации быстрые. Так называемые быстрые методы применимы только для специального класса уравнений: с постоянными коэффициентами, или, в более общем случае к уравнениям с разделяющимися переменными, Кроме того, границы области должны совпадать с координатными линиями. Заметим однако, что существуют многосеточные методы релаксации, которые могут быть быстрее «быстрых» методов. При помощи матричных методов прямо решают уравнение **A ·x =b** (1.14)

Конкретное решение очень сильно зависит от вида матрицы. При решении надо учитывать разреженность матрицы, в противном случае задача осложняется большими размерами матрицы, так при сетке 100*100 надо найти 10000 $u_{j,l}$, что приводит к матрице **A** размером 10000*10000. Если A симметрична и положительно определена, как, например в случае эллиптического уравнения, то можно использовать алгоритм сопряженного градиента. Кроме метода конечных разностей существует множество других методов решения уравнений с частными производными: метод конечных элементов, Монте-Карло, вариационные методы и другие.

2. Диаграммы классов.

Детали проектного решения можно отобразить средствами UML на статических структурных диаграммах — диаграммах классов. Диаграммы классов строятся на стадии проектирования каждого цикла разработки. До начала их создания необходимо построить следующее.

- Диаграммы взаимодействий, по которым разработчик определяет, какие классы должны быть задействованы в проектном решении, а также методы этих классов
- Концептуальную модель, на основе которой разработчик детализирует определения классов

Хотя диаграммы классов создаются после диаграмм взаимодействия, на самом деле они зачастую разрабатываются параллельно. Имена многих классов, методов и типы отношения можно определить уже на начальной стадии этапа проектирования, до построения диаграмм взаимодействия, с помощью шаблонов распределения обязанностей.

Диаграмма классов (design class diagram) иллюстрирует спецификации программных классов и интерфейсов в приложении. Обычно на такую диаграмму выносится следующая информация.

• Классы, ассоциации и атрибуты
• Интерфейсы со своими операциями и константами
• Методы
• Информация о типах атрибутов
• Способы навигации
• Зависимости

В отличие от концептуальной модели диаграммы классов отображают определения программных сущностей, а не понятия предметной области. В языке UML существуют специальные обозначения для диаграммы классов.

Для построения диаграммы классов используется следующая стратегия.

1. Определите все классы, задействованные в программном решении. Для этого проанализируйте диаграммы взаимодействий.
2. Отобразите их на диаграмме классов.
3. Перенесите на диаграмму атрибуты соотв. понятий из концептуальной модели.
4. Добавьте имена методов на основе анализа диаграмм взаимодействия.
5. Добавьте информацию о типах атрибутов и методов.
6. Добавьте ассоциации, необходимые для поддержки обеспечения видимости посредством атрибутов.
7. Добавьте стрелки, определяющие направление навигации для ассоциаций.
8. Добавьте линии зависимостей, определяющие другие способы обеспечения видимости, отличные от видимости посредством атрибутов.